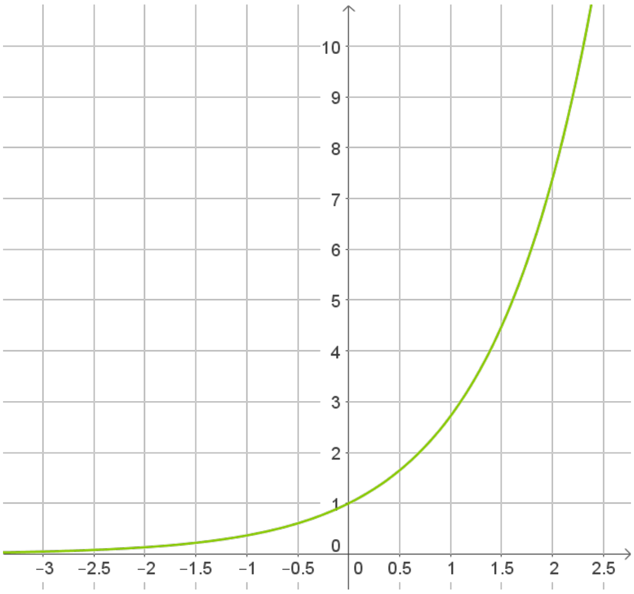
Eigenschaften

Spickzettel Aufgaben Lösungen **PLUS**

Du hast die natürliche Exponentialfunktionen allgemein in dieser Form gegeben:

$$\boxed{f(x) = a \cdot \mathrm{e}^{\,c \cdot x} + d}$$

Der Graph der Funktion sieht so aus:



Hier sind $a = 1$, $c = 1$ und $d = 0$.

Definitions- und Wertebereich

Eine Exponentialfunktion ist auf gesamt $\mathbb{R}$ definiert. Der Definitionsraum ist somit $\mathbb{D} = \{\mathbb{R}\}$.

Ist a **positiv**, so ist der Wertebreich durch alle positiven Zahlen gegeben $\mathbb{W} = \mathbb{R}^+$. Ist a negativ, so ist der Wertebereich $\mathbb{W} = \mathbb{R}^-$. Das gilt nur solange $d = 0$ ist. Ändert sich d, verändert sich auch der Wertebereich.

Verhalten für $x \longrightarrow \pm\infty$

Sind a und c **positiv**, sowie $d = 0$, so gilt:

Geht x gegen ∞, so konvergiert auch der Funktionswert $f(x)$ gegen ∞.

$\lim\limits_{x \to \infty} a \cdot \mathrm{e}^{c \cdot x} = \infty$

Geht x gegen $-\infty$, so strebt der Funktionswert $f(x)$ gegen 0.

$\lim\limits_{x \to -\infty} a \cdot \mathrm{e}^{c \cdot x} = 0.$

Ist a **negativ**, so ist der Graph an der x-Achse gespiegelt, dementsprechend ändert sich das Vorzeichen des Grenzwertes.

Ist c **negativ**, so ist der Graph an der y-Achse gespiegelt, die Grenzwerte sind dadurch vertauscht.

Schnittstellen mit den Achsen

Ist der Graph der Exponentialfunktion nicht verschoben, so schneidet er die x-Achse nicht. Die Gleichung $\mathrm{e}^{x} = 0$ hat somit **keine Lösung**.

Die Schnittstelle des Graphen mit der y-Achse ist an der Stelle $x = 0$. Der Funktionswert ist $\mathrm{a} \cdot e^0 + d = a + d$. Der Punkt $S\left(0 \,|\, a + d\right)$ ist der Schnittpunkt mit der y-Achse.